

## Příklady – Fyzika I - Geodezie

V příkladech symbol  $t$  označuje čas.

- Automobil z rychlosti 36 km/h za 2 s snížil rychlost na 18 km/h. S jakým zrychlením automobil zpomaloval a na jaké dráze.  $[-2,5 \text{ m/s}^2 ; 15\text{m}]$ .
- Těleso se pohybuje dle rovnice  $\vec{r} = 4 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \cdot \vec{i} + 2 \text{ m} \cdot \vec{j}$ . Vypočtete
  - rychlost tělesa  $[\vec{v} = 8 \text{ m/s}^2 \cdot t \cdot \vec{i}]$
  - zrychlení tělesa  $[\vec{a} = 8 \text{ m/s}^2 \cdot \vec{i}]$
  - rychlost v čase 3 s  $[\vec{v} = 24 \text{ m/s} \cdot \vec{i}]$
- Poloha hmotného bodu pohybujícího se přímočaře je dána rovnicí  $x(t) = 2 \text{ m/s}^3 \cdot t^3 - 3 \text{ m/s} \cdot t + 4 \text{ m}$ 
  - určete čas, kdy rychlost je nulová  $[\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ s}]$
  - určete čas, kdy zrychlení je nulová  $[0 \text{ s}]$
  - zrychlení v čase 2 s  $[24 \text{ m/s}^2]$
  - polohu v čase  $t$  s  $[4 \text{ m}]$
- Těleso rotuje konstantní úhlovou rychlostí 20 rad/s.
  - kolik otáček udělá těleso za 5 s  $[\frac{50}{\pi} \cong 16]$
  - jak velké je úhlové zrychlení  $[0 \text{ rad/s}^2]$
  - jak velkou rychlost má těleso, je-li na rameni 0,5 m  $[10 \text{ m/s}]$
- Vypočtete moment síly  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ , když  $\vec{F} = 5 \text{ N} \cdot \vec{i} + 1 \text{ N} \cdot \vec{j} - 2 \text{ N} \cdot \vec{k}$  a  $\vec{r} = 3 \text{ m} \cdot \vec{i} - 4 \text{ m} \cdot \vec{k}$ .  $[\vec{M} = 4 \text{ Nm} \cdot \vec{i} - 14 \text{ Nm} \cdot \vec{j} + 3 \text{ Nm} \cdot \vec{k}]$
- Jakou silou působíme na hmotný bod o hmotnosti 20 kg, aby způsobila změnu rychlosti tak, aby vektor rychlosti byl  $2 \text{ m/s}^2 \cdot t \cdot \vec{i} - 3 \text{ m/s} \cdot t^{-2} \cdot \vec{k}$  ?  
 $[\vec{F} = 40 \text{ N} \cdot \vec{i} + 12 \text{ N} \cdot t^{-3} \cdot \vec{k}]$
- Vozík o hmotnosti 250 kg jede po vodorovných kolejkách rychlostí 2,4 m/s a srazí se s stejným vozíkem, který jede rychlostí 1,8 m/s ve stejném směru. Po srážce se vozíky spojí a dále se pohybují společně. Jakou rychlostí se budou vozíky pohybovat?  $[3,3 \text{ m/s}]$
- Těleso o hmotnosti 10 kg se pohybuje účinkem proměnné síly dle vztahu  $F = p(q - t)$ , kde  $p = 98,1 \text{ N}$  a  $q = 1 \text{ s}$ . Za jak dlouho se těleso zastaví, mělo-li počáteční rychlost 0,2 m/s a síla je ve směru rychlosti?  $[2,02 \text{ s}]$
- Vlak o hmotnosti 300 t jede obloukem o poloměru 400 m konstantní rychlostí 36 km/h. Určete velikost dostředivé síly.  $[12 \text{ GN}]$
- Vypočtete moment setrvačnosti kuželu k ose souměrnosti. Poloměr podstavky je 2 m a výška 3 m a hustota  $2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Využijte Guldinovy věty ( $J_x = \frac{\pi}{2} \rho \int_A^B [f(x)]^4 dx$ )  
 $[30144 \text{ kg} \cdot \text{m}^2]$

11. Hmotný bod o hmotnosti 2 kg se pohybuje rychlostí  
 $5 \text{ m/s}^2 \cdot t \cdot \vec{i} + 5 \text{ m/s}^4 \cdot t^3 \cdot \vec{j} + 5 \text{ ms} \cdot t^{-2} \cdot \vec{k}$ . V čase 2 s má polohu  $1 \text{ m} \cdot \vec{i} - 3 \text{ m} \cdot \vec{k}$ .  
 Napište rovnici polohy a zrychlení.  

$$[\vec{s} = \left(\frac{5}{2} \text{ m/s}^2 \cdot t^2 + 9 \text{ m}\right) \cdot \vec{i} + \left(\frac{5}{4} \text{ m/s}^4 \cdot t^4 + 20 \text{ m}\right) \cdot \vec{j} + (-5 \text{ ms} \cdot t^{-1} - 13 \text{ m}) \cdot \vec{k} \text{ a}$$

$$\vec{a} = 5 \text{ m/s}^2 \cdot \vec{i} + 15 \text{ m/s}^4 \cdot t^2 \cdot \vec{j} - 10 \text{ ms} \cdot t^{-3} \cdot \vec{k}]$$
12. K přetržení lana je zapotřebí síly 27 N. Na konci lana dlouhého 1,5 m je přivázáno těleso o hmotnosti 2 kg. Jak velkou maximální úhlovou rychlostí můžeme lanem otáčet ve vodorovné poloze, aby se nepřetrhlo? [ 3 rad/s ]
13. Železniční kolo se valí po kolejnici tak, že rychlost středu (těžiště) je 3 m/s. Určete rychlost kola na obvodu ve výšce středu. [  $3 \cdot \sqrt{2} \text{ m/s} = 4,2 \text{ m/s}$  ]
14. Jakou rychlostí dopadne na zem těleso spuštěné (z klidu) z výšky 45 m? K výpočtu využijte zákona zachování mechanické energie a předpokládejte tíhové zrychlení  $10 \text{ m/s}^2$ . [ 30 m/s ]
15. Určete polohu těžiště soustavy malých kuliček (hmotných bodů) o hmotnostech 10 g, 20 g, 10 g a 30 g, jsou li od sebe vzdáleny vždy 50 mm. [  $\approx 93 \text{ mm}$  od první kuličky ]
16. Nakloněná rovina svírá s vodorovnou osou úhel  $30^\circ$ . Na nakloněnou rovinu položíme válec o hmotnosti 20 kg a poloměru 0,5 m. S jakým zrychlením se bude válec pohybovat uvažujeme-li tření? Tíhové zrychlení předpokládejte  $10 \text{ m/s}^2$  [  $\frac{10}{3} \text{ m/s}^2$  ]
17. Znázorněte závislost únikové rychlosti na výšce od povrchu Země. Hmotnost Země je  $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , poloměr Země je  $6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$ , gravitační konstanta  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$  a vzdálenost od povrchu Země  $h$ . [  $v = \sqrt{\frac{797,7 \cdot 10^{12}}{6,378 \cdot 10^6 + h}}$ , kde  $h$  je v metrech a rychlost v m/s ]
18. Jakou výšku musí přibližně dosáhnout umělá družice Země, aby se stala stacionární? Hmotnost Země je  $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , poloměr Země je  $6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$ , gravitační konstanta  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ . [  $\approx 42 \cdot 10^3 \text{ km}$  od středu Země ]
19. Střed Země a Měsíce jsou v průměrné vzdálenosti  $384 \cdot 10^6 \text{ m}$ . Hmotnost Země je  $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , hmotnost Měsíce je  $7,35 \cdot 10^{22}$ , gravitační konstanta je  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ . Jak velkou silou se Měsíc a Země přitahují? [  $1,99 \cdot 10^{20} \text{ N}$  ]
20. Vypočítejte potenciál gravitačního pole tenké tyče délky  $l$  a hmotnosti  $m$  v bodě P, který se nachází v prodloužené části tyče ve vzdálenosti  $a$  od jejího konce.  

$$[\varphi = -\kappa \frac{m}{l} \ln\left(\frac{l+a}{a}\right)]$$
21. Na pružinu o tuhosti 80 N/m je zavěšeno závaží o hmotnosti 400 g. Silou 20 N pružinu vychýlíme z rovnovážné polohy. Určete  
 a. vlastní frekvenci pružiny [ 2,25 Hz ]  
 b. velikost výchylky [ 0,25 m ]
22. Těleso o hmotnosti 2 kg protáhne pružinu o 2 mm. Určete tuhost pružiny. Předpokládejte tíhové zrychlení  $10 \text{ m/s}^2$  [ 4000 N/m ]
23. Pozorovatel se pohybuje po přímé spojnici ke zdroji zvuku rychlostí 10 m/s a zdroj zvuku k pozorovateli rychlostí 5 m/s. Rychlost šíření zvuku v prostředí je 340 m/s. Jakou frekvenci vnímá pozorovatel, když zdroj vysílá frekvenci 500 Hz? [ 522 Hz ]
24. Určete součinitel tlumení, když amplituda (na stejnou stranu) se zmenšila na 4/10 a doba kmitu (tlumeného) je 0,5 s. [  $1,83 \text{ s}^{-1}$  ]